Lycée secondaire El-mourouj 6	25/ 05 /2009
Devoir de synthèse n°3 *mathématiques*	
Durée 3h	niveau 3_{math} 1 et 2

Exercice I

Choisir la bonne réponse en justifiant votre choix.

I) L'espace est rapporté à un repère orthonormé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$).

1) soit $\vec{u}\begin{pmatrix} n+4 \\ n-2 \\ n \end{pmatrix}$ où n paramètre réel $\vec{v}\begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{matrix}$ $\vec{w}\begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{matrix}$

$\vec{u}$; $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont linéairement dépendants si :

a) $n = \frac{3}{2}$

b) $n = -5$

c) $n = -\frac{3}{2}$

d) $n = 5$

2) soit le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} \alpha^2+3 \\ 2\alpha \\ -2 \end{pmatrix}$ où α est un réel.

et le plan (P) : $x - y + z + 4 = 0$. $\vec{u}$ est un vecteur normal du plan (P) si :

a) $\alpha = \sqrt{5}$

b) $\alpha = -\sqrt{5}$

c) $\alpha \in \{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\}$

d) α n'existe pas

3) soient les plans (P) : $2x - ny + z + 5 = 0$ et (Q) : $x - y + 2z + 1 = 0$ n un réel les plans (P) et (Q) sont parallèles si :

a) $n = \frac{1}{2}$

b) $n = -2$

c) n n'existe pas

4) soient Δ et Δ' deux droites tels que

$$\Delta : \frac{x+1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{1}$$

$$\Delta' : \frac{x}{3} = \frac{y-2}{2} = -z$$

a) Δ et Δ' sont coplanaires

b) Δ et Δ' sont non coplanaires

II) 1) soit a, b et c trois entiers naturels non nuls. Si a / bc alors on a :

a) a / b et a / c

b) a / b ou a / c

c) a / (b $\wedge$ c)

2) soit $b = (n^2 + 1)^2 - n^2$ avec n entier naturel strictement positif.

a) b est un entier premier

b) b est un entier composé

3) n un entier naturel tel que $n \geq 2$ alors on a :

a) $(2n + 1) \vee n = 2n^2 + n$

b) $(2n + 1) \vee n = n^2 (2n + 1)$

c) $(2n + 1) \vee n = (n + 1)^2 - n^2$

Exercice II

$(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère orthonormé de l'espace, on donne les points :

A(1,-2, 3) ; B (2, 3, 5) et C (1, 0, 1)

1) a- Montrer que A, B et C sont non alignés.
   b- Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC) = (P)
2) soit la droite $\Delta \begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = 1 + \alpha \\ z = 6\alpha \end{cases}$
   a- Caractériser la droite Δ
   b- Montrer que $\Delta \subset$ (ABC)
3) Soit le plan (P') : $\begin{cases} x = \alpha + \beta \\ y = 1 + \alpha - 2\beta \\ z = -2\beta \end{cases}$
   a- déterminer une équation cartésienne du plan (P').
   b- Vérifier si (P) et (P') sont sécants, donner une représentation paramétrique de leur droite d'intersection.
4) Soit l'ensemble $S = \{ M(x, y, z) \in \mathcal{E} \ / x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4z + 1 = 0 \}$
   a- Montrer que S est une sphère que l'on caractérisera.
   b- Déterminer l'intersection de S et (P').
   c- Déterminer l'équation du plan Q tangent à S au point E (1, 0, 0).

Exercice III

Un sac contient quatre boules blanches numérotées : 1, 2, 2, 2 et

trois boules noires numérotées : 1, 1, 2

1) On tire au hasard, successivement et avec remise trois boules du sac.

Calculer la probabilité des événements suivants :

A « tirer trois boules de même couleurs »

B « tirer une seule boule blanche »

C « tirer deux boules de numéro 2 »

D « tirer une seule boule blanche et une seule qui porte le numéro 1 »

E « tirer une boule blanche qui porte le numéro 1 ; une boule noire qui porte le numéro 1 et une boule blanche qui porte le numéro 2 dans cette ordre »

2) Maintenant, on tire au hasard, successivement et sans remise deux boules du sac.

Calculer la probabilité des événements suivants

F « avoir deux boules de couleurs différentes »

K « avoir deux numéros distincts »

G « avoir la somme des numéros égale à 3 »

H « avoir $1 \leq p < 3$ tel que p est le produit des numéros obtenus »

Exercice IV

Les questions sont indépendantes

1) Résoudre dans IN* x IN* le système $\begin{cases} a^2 - b^2 = 5440 \\ a \wedge b = 8 \end{cases}$
2) Montrer par récurrence que $(3^{n+3} - 4^{4n+2})$ est multiple de 11.
3) Soit a et b deux entiers naturels tels que b divise 2a + 13 et b divise 5a + 21.
   a- Montrer que b divise 23
   b- Déduire les valeurs possibles de b et conclure.